

El número de bacterias en un determinado cultivo viene dado por la función  $B(t)$ , donde  $t$  representa el tiempo en horas, con  $0 \leq t \leq 7$ . La variación instantánea en la población de bacterias en el cultivo viene dada por la derivada de la función  $B$ , cuya expresión es  $B'(t) = 50000 \cdot e^{2t}$ .

- a) ¿Existe algún instante  $t$  en el que el número de bacterias en el cultivo comience a decrecer?
- b) Obtenga la expresión de la función  $B(t)$ , sabiendo que en el instante  $t = 0$  el número de bacterias en el cultivo era de 40000.
- c) ¿Cuál es el número de bacterias en el cultivo a la hora y media?

MAT CCSS II 2020-11

### SOLUCIÓN

a)  $B'(t) = 50000 \cdot e^{2t} > 0$  ya que **la exponencial siempre es positiva**. Si la derivada es siempre positiva, la función  $B(t)$  es siempre creciente, nunca decrece.

b) Me piden  $B(t)$  y la puedo obtener a partir de  $B'(t)$ :

Recordamos que

$$B = \int B'$$

$$\int k \cdot f = k \int f$$

$$\int f' \cdot e^f = e^f$$

$$B(t) = \int B'(t) dt = \int 50000 \cdot e^{2t} dt = 50000 \int e^{2t} dt = 50000 \cdot \frac{1}{2} \int 2 \cdot e^{2t} dt = 25000 \cdot e^{2t} + C$$

$$B(t) = 25000 \cdot e^{2t} + C$$

Casi la tengo, me falta la letra  $C$ , pero se que en el instante  $t = 0$  el número de bacterias en el cultivo era de 40000, es decir,  $B(0) = 40000$

$$25000 \cdot e^{2 \cdot 0} + C = 40000$$

$$25000 + C = 40000$$

$$C = 15000 \Rightarrow$$

$$B(t) = 25000 \cdot e^{2t} + 15000$$

c) El número de bacterias en el cultivo a la hora y media es

$$B(1,5) = 25000 \cdot e^{2 \cdot 1,5} + 15000 = 517.138 \text{ bacterias}$$



La cotización en bolsa de una empresa en un determinado día viene expresada, en euros, por la función  $c(t)$ , con  $t \in [0,24]$ , medido en horas.

La variación instantánea de esta función es la derivada de  $c$ , que viene dada por

$$c'(t) = 0,03t^2 - 0,9t + 6 \quad t \in (0,24)$$

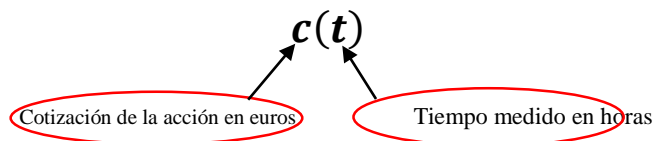
a) Estudie los intervalos en los que la función  $c$  es creciente.

b) Analice los puntos críticos de la función  $c$ , indicando en cuáles se alcanza el máximo y el mínimo relativos.

c) Halle la expresión analítica de la función  $c$ , sabiendo que la cotización en bolsa de la empresa era de 50 euros en el instante inicial.

MAT CCSS II 2021-4

### SOLUCIÓN

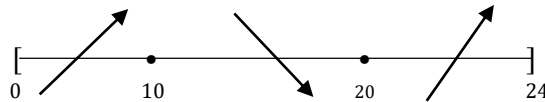


a) Obtenemos los puntos críticos y estudiamos el signo de la derivada:

En este caso no tenemos que hacer la derivada puesto que nos la dan:  $c'(t) = 0,03t^2 - 0,9t + 6$

$$0,03t^2 - 0,9t + 6 = 0 \Rightarrow t = \frac{0,9 \pm \sqrt{0,81 - 0,72}}{2 \cdot 0,03} = \frac{0,9 \pm 0,3}{0,06} \begin{cases} t = \frac{0,9 + 0,3}{0,06} = 20 \\ t = \frac{0,9 - 0,3}{0,06} = 10 \end{cases}$$

Los marcamos sobre  $Dom(c(t)) \equiv t \in [0,24]$



$$\left. \begin{aligned} c'(1) &= 0,03(1)^2 - 0,9(1) + 6 > 0 \Rightarrow c(x) \text{ crece en } (0,10) \\ c'(15) &= 0,03(15)^2 - 0,9(15) + 6 < 0 \Rightarrow c(x) \text{ decrece en } (10,20) \\ c'(21) &= 0,03(21)^2 - 0,9(21) + 6 > 0 \Rightarrow c(x) \text{ crece en } (20,24) \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$c(x)$  crece en  $(0,10) \cup (20,24)$ ;  $c(x)$  decrece en  $(10,20)$

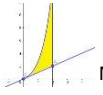
b)

Máx relativo en  $t = 10$   
Mín relativo en  $t = 20$

c) Para empezar, tenemos que pensar que  $c = \int c'$

$$c = \int c' \Rightarrow c(t) = \int c'(t)dt = \int (0,03t^2 - 0,9t + 6)dt = 0,03 \frac{t^3}{3} - 0,9 \frac{t^2}{2} + 6t + C$$

$$c(x) = 0,03 \frac{t^3}{3} - 0,9 \frac{t^2}{2} + 6t + C$$



Para acabar solo nos falta obtener  $C$ .

Sabemos que la cotización en bolsa de la empresa era de 50 euros en el instante inicial.

$$c(0) = 50$$

$$0,03 \frac{0^3}{3} - 0,9 \frac{0^2}{2} + 6 \cdot 0 + C = 50$$

$$C = 50$$

En consecuencia

$$c(x) = 0,03 \frac{t^3}{3} - 0,9 \frac{t^2}{2} + 6t + 50$$

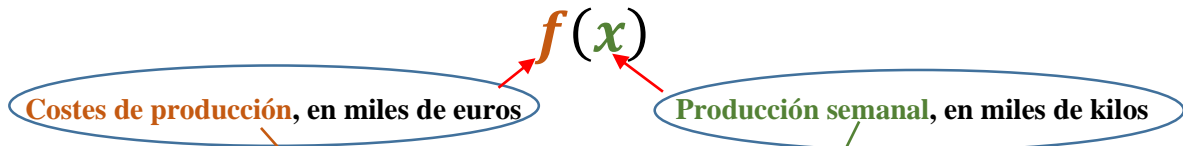


Una fábrica estima que sus costes de producción, expresados en miles de euros, vienen dados por la función  $f(x) = x^2 - 6x + 10$ , donde  $x$  es la cantidad semanal a producir expresada en miles de kilogramos.

- a) ¿Cuál debe ser la producción semanal para que el coste sea mínimo? ¿Cuál es dicho coste?  
b) Calcule la recta tangente a la función de costes en el punto de abscisa  $x = 4$ . Represente gráficamente la función de costes y la recta tangente hallada.

MAT CCSS II 2021-10

## SOLUCIÓN



a) "Producción semanal para que el coste sea mínimo":  $x$ ?

Obteniendo el mínimo de la función con la derivada primera.

$$f'(x) = 2x - 6 = 0 \Rightarrow x = 3 \text{ posible máx o mín}$$

$$f''(x) = 2 \Rightarrow f''(3) = 2 > 0 \Rightarrow f \text{ convexa (contenta) Mín en } x = 3$$

$\Rightarrow$  **Min en  $(3, f(3))$ , que coincide con el vértice**

$$f(3) = (3)^2 - 6 \cdot 3 + 10 = 1$$

$$\mathbf{Min = (3, 1)}$$

La producción semanal debe ser 3000 kilos, y en tal caso, los costes de producción son 1000 €

b) La ecuación de la recta tangente en  $x = a$  es  $y - f(a) = f'(a)(x - a)$

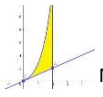
Para obtener la ecuación de la recta tangente en  $x = 4$  necesitamos  $f(4)$  y  $f'(4)$

$$\left. \begin{aligned} f(4) &= 4^2 - 6 \cdot 4 + 10 = 2 \quad \text{Pto tangencia } (4, 2) \\ f'(4) &= 2 \cdot 4 - 6 = 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} &\text{recta tangente en } x = 4 \\ &y - f(4) = f'(4)(x - 4) \end{aligned}$$

$$y - 2 = 2(x - 4) \Rightarrow \boxed{y = 2x - 6}$$

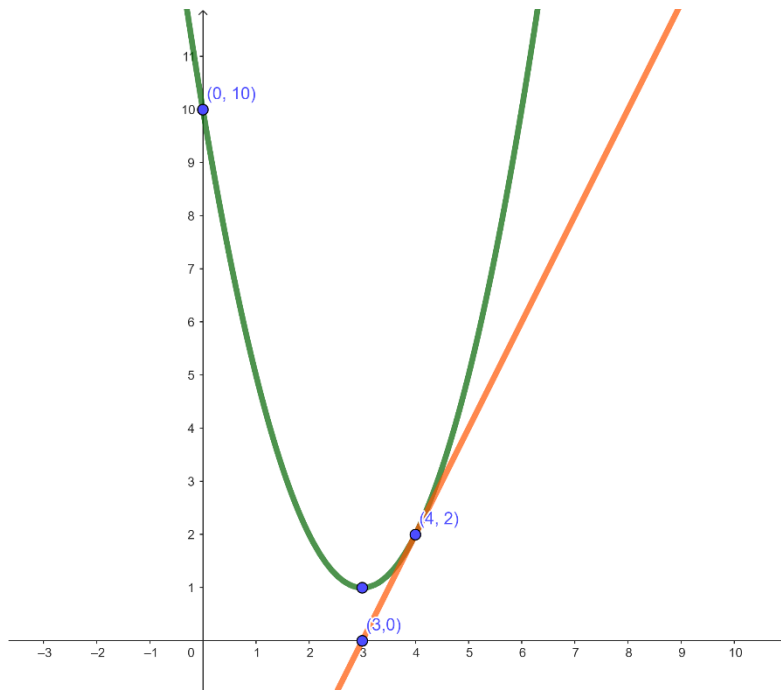
Para representar  $y = x^2 - 6x + 10$  vamos a tener en cuenta que es convexa, que el vértice (mínimo) es  $(3, 1)$ . Otro punto importante es el punto de tangencia  $(4, 2)$  que pertenece tanto a la parábola como a la recta tangente.

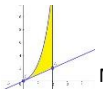
x	y	
3	1	Minimo/Vertice
4	2	Pto tangencia
0	10	



Para representar la recta, además del punto de tangencia le damos otro valor:

$x$	$y$
4	2
3	0





Una empresa de fumigación sabe que los beneficios, en miles de euros, que obtiene en función de las hectáreas que le encargan fumigar mensualmente viene dada por la expresión:

$$B(x) = -x^2 + 16x - 48$$

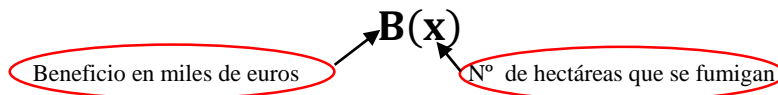
Además, por problemas de personal, la empresa no puede fumigar más de 10 hectáreas al mes.

- a) ¿Cuántas hectáreas tiene que fumigar al mes para que la empresa tenga beneficios?  
 b) ¿Cuántas hectáreas tiene que fumigar para obtener el máximo beneficio mensual? ¿A cuánto asciende dicho beneficio?  
 c) Si un mes ha obtenido un beneficio de 7000 €, ¿cuántas hectáreas ha fumigado?

MAT CCSS II 2022-1

### SOLUCIÓN

a)



La fórmula del beneficio es una expresión polinómica de segundo grado.  $\Rightarrow$  Su gráfica es una parábola abierta hacia abajo, ya que el coeficiente de  $x^2$  es negativo.

Antes de contestar a lo que nos piden vamos a representarla: Necesitamos los puntos de corte de la parábola con el Eje X, y las coordenadas del Vértice.

Para obtener los **puntos de corte de la parábola con el Eje X** resolvemos el sistema:

$$\begin{cases} \text{Ec. parábola} \\ \text{Ec. eje X} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -x^2 + 16x - 48 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow 0 = -x^2 + 16x - 48$$

$$x = \frac{-16 \pm \sqrt{256 - 192}}{-2} = \frac{-16 \pm \sqrt{64}}{-2} = \frac{-16 \pm 8}{-2} = \begin{cases} x = 4 \\ x = 12 \end{cases}$$

Puntos corte con Eje X: **(4, 0)** y **(12, 0)**

Para obtener **el vértice** lo podemos hacer:

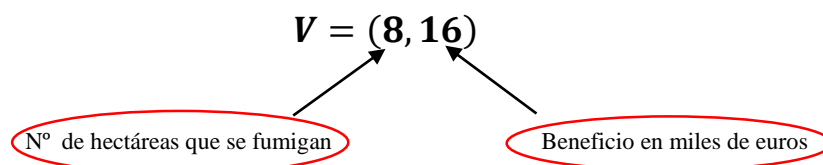
- Obteniendo el máximo de la función con la derivada primera.

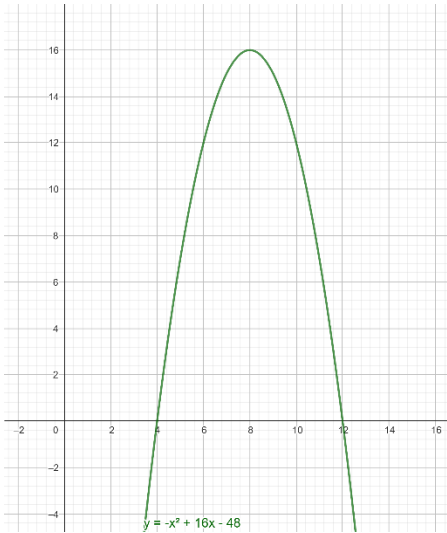
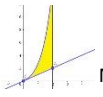
$$B'(x) = -2x + 16 = 0 \Rightarrow x = 8 \text{ posible máx o mín}$$

$$B''(x) = -2 \Rightarrow B''(8) < 0 \Rightarrow \text{Máx en } x = 8 \Rightarrow \text{Máx en } (8, B(8)) = (8, 16)$$

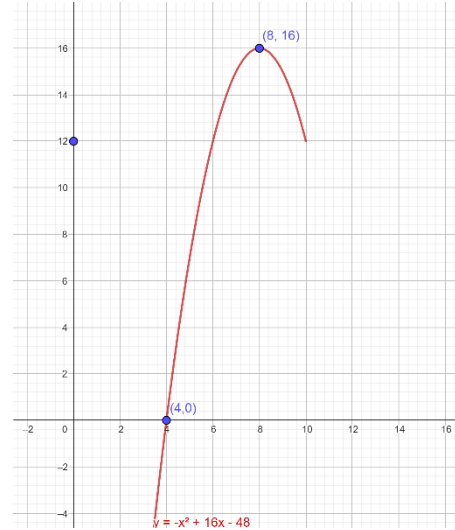
- Con la fórmula del vértice  $V = (x_v, y_v)$

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-16}{2(-1)} = 8 \xrightarrow{\text{sustituyo en } y = -x^2 + 16x - 48} y_v = -(8)^2 + 16 \cdot 8 - 48 = 16$$





No más de 10 hectáreas



A la vista de la gráfica vamos a dar respuesta a los dos primeros apartados:

a)

- Entre 0 y 4 hectáreas la empresa tiene beneficio negativo (pérdidas).
- Si fumiga exactamente 4 hectáreas el beneficio es 0 (Ni pérdidas ni ganancias)
- **Hay que fumigar entre 4 y 10 hectáreas al mes para que la empresa tenga beneficios.**

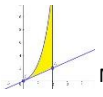
b) El máximo beneficio mensual se obtiene en el vértice  $V = (8, 16)$ , es decir, **el máximo beneficio se consigue si se fumigan 8 hectáreas y dicho beneficio será de 16000 euros**

c)  $B(x) = -x^2 + 16x - 48$ . Para que se vea más claro, también se puede escribir  $B = -x^2 + 16x - 48$   
**Si el beneficio es de 7000 euros  $\Rightarrow B = 7$**

$$B = 7 \xrightarrow{\text{sustituyo en } B = -x^2 + 16x - 48} 7 = -x^2 + 16x - 48 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 - 16x + 55 = 0 \Rightarrow x = \frac{-16 \pm \sqrt{256 - 220}}{2} = \frac{-16 \pm \sqrt{36}}{-2} = \frac{16 \pm 6}{2} = \begin{cases} x = 11 \text{ no vale} \\ x = 5 \end{cases}$$

**Si un mes ha obtenido un beneficio de 7000 € es porque ha fumigado 5 Hectáreas**



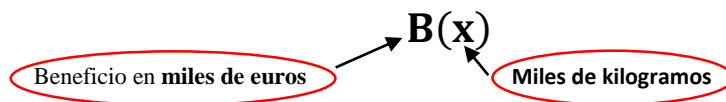
El beneficio, en miles de euros, que se obtiene en una pequeña finca familiar por la venta de aceitunas, en miles de kilogramos, viene dada por la siguiente función:

$$B(x) = -0,02x^2 + 1,3x - 15$$

- Represente la función beneficio y calcule los puntos de corte con el eje OX
- ¿Para qué valores de  $x$  la finca no tiene pérdidas?
- ¿Para qué número de kilogramos el beneficio será máximo? ¿Cuánto vale dicho beneficio?
- ¿Cuántos kilogramos debe vender para obtener un beneficio de 5000 €?

MAT CCSS II 2022-2

## SOLUCIÓN



La fórmula del beneficio es una expresión polinómica de segundo grado.  $\Rightarrow$  Su gráfica es una parábola abierta hacia abajo, ya que el coeficiente de  $x^2$  es negativo.

Antes de contestar a lo que nos piden vamos a representarla: Necesitamos los puntos de corte de la parábola con el Eje X, y las coordenadas del Vértice.

Para obtener los puntos de corte de la parábola con el Eje X resolvemos el sistema:

$$\begin{cases} \text{Ec. parábola} \\ \text{Ec. eje X} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -0,02x^2 + 1,3x - 15 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow 0 = -0,02x^2 + 1,3x - 15$$

$$x = \frac{-1,3 \pm \sqrt{1,69 - 1,2}}{-0,04} = \frac{-1,3 \pm \sqrt{0,49}}{-0,04} = \frac{-1,3 \pm 0,7}{-0,04} \Rightarrow \begin{cases} x = 15 \\ x = 50 \end{cases}$$

Puntos corte con Eje X:  $(15, 0)$  y  $(50, 0)$

Para obtener el vértice lo podemos hacer:

- Obteniendo el máximo de la función con la derivada primera.

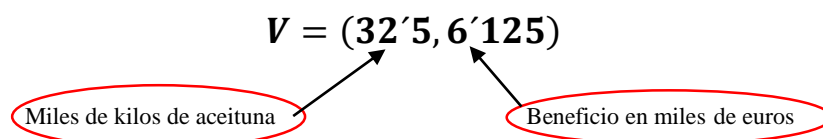
$$B'(x) = -0,04x + 1,3 = 0 \Rightarrow x = 32,5 \text{ posible máx o mín}$$

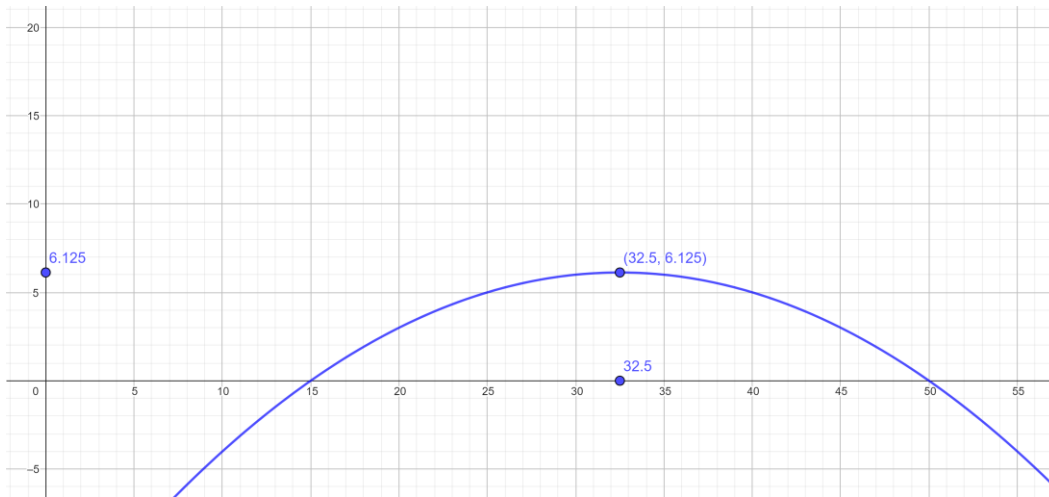
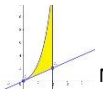
$$B''(x) = -0,04 \Rightarrow B''(32,5) < 0 \Rightarrow \text{Máx en } x = 32,5 \Rightarrow \text{Máx en } (32,5, B(32,5))$$

$$V = (32,5, 6,125)$$

- Con la fórmula del vértice  $V = (x_v, y_v)$

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-1,3}{2(-0,02)} = 32,5 \xrightarrow{\text{sustituyo en } y = -0,02x^2 + 1,3x - 15} y_v = -0,02(32,5)^2 + 1,3 \cdot 32,5 - 15 = 6,125$$





b) ¿Para qué valores de  $x$  la finca no tiene pérdidas?

No tiene pérdidas cuando el beneficio es mayor o igual a 0, es decir cuando la gráfica está por encima del eje  $X$ ; a la vista de la gráfica, para valores comprendidos entre 15 y 50 (puntos corte eje  $X$ ), es decir, **entre 15.000 y 50.000 kilos de aceituna.**

c) ¿Para qué número de kilogramos el beneficio será máximo? ¿Cuánto vale dicho beneficio?

El máximo beneficio se obtiene en el vértice  $V = (32'5, 6'125)$ , es decir, **el máximo beneficio se consigue si se venden 32.500 kilos de aceituna y dicho beneficio será de 6.125 euros**

d) ¿Cuántos kilogramos debe vender para obtener un beneficio de 5000 €?

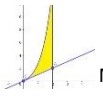
$B(x) = -0,02x^2 + 1,3x - 15$  Para que se vea más claro, también se puede escribir  $B = -0,02x^2 + 1,3x - 15$

Si el beneficio es de 5000 euros  $\Rightarrow B = 5$

$$B = 5 \quad \xrightarrow{\text{sustituyo en } B = -0,02x^2 + 1,3x - 15} \quad 5 = -0,02x^2 + 1,3x - 15 \Rightarrow$$

$$-0,02x^2 + 1,3x - 20 = 0 \Rightarrow x = \frac{-1,3 \pm \sqrt{1,69 - 1,6}}{-0,04} = \frac{-1,3 \pm \sqrt{0,09}}{-0,04} = \frac{-1,3 \pm 0,3}{-0,04} \Rightarrow \begin{cases} x = 25 \\ x = 40 \end{cases}$$

Debe vender 25.000 o 40.000 kilos de aceituna.



Los ingresos (I) y costes (C) de una discoteca, en miles de euros, en función del número de horas diarias que permanece abierta, vienen dado por las funciones:

$$I(x) = x^3 - x \quad c(x) = x^3 - x^2 + 6.$$

Respectivamente. Sabiendo que la licencia del ayuntamiento no permite que este tipo de local permanezca abierto más de 8 horas diarias, halle:

- La función beneficio en función del número de horas diarias que la discoteca permanece abierta.
- El número de horas que debe permanecer abierta para obtener beneficios.
- En qué momento se tienen las mayores pérdidas y a cuánto ascienden.
- El tiempo que debe permanecer abierta para obtener el máximo beneficio y a cuánto asciende.

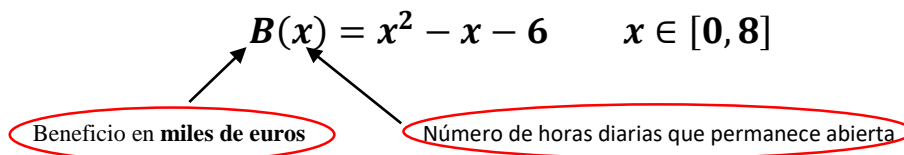
MAT CCSS II 2022-3

## SOLUCIÓN

a) La función beneficio en función del número de horas diarias que la discoteca permanece abierta.

$$\text{Beneficio} = \text{Ingresos} - \text{Costes} \Rightarrow B(x) = I(x) - C(x) \Rightarrow B(x) = (x^3 - x) - (x^3 - x^2 + 6)$$

$$B(x) = x^2 - x - 6 \quad x \in [0, 8]$$



La fórmula del beneficio es una expresión polinómica de segundo grado.  $\Rightarrow$  Su gráfica es una parábola abierta hacia arriba, ya que el coeficiente de  $x^2$  es positivo.

Antes de contestar a los siguientes apartados vamos a representarla: Necesitamos los puntos de corte de la parábola con el Eje X, y las coordenadas del Vértice.

Para obtener los **puntos de corte de la parábola con el Eje X** resolvemos el sistema:

$$\begin{cases} \text{Ec. parábola} \\ \text{Ec. eje X} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = x^2 - x - 6 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow 0 = x^2 - x - 6$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 24}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{1 \pm 5}{2} = \begin{cases} x = 3 \\ x = -2 \text{ No vale} \end{cases}$$

Puntos corte con Eje X: **(3, 0) y (-2, 0)**

Para obtener **el vértice** lo podemos hacer:

- Obteniendo el máximo de la función con la derivada primera.

$$B'(x) = 2x - 1 = 0 \Rightarrow x = 0'5 \text{ posible máx o mín}$$

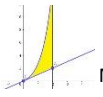
$$B''(x) = 2 \Rightarrow B''(0'5) > 0 \Rightarrow \text{Mín en } x = 0'5 \Rightarrow V = \text{Mín en } (0'5, B(0'5))$$

$$B(x) = x^2 - x - 6 \Rightarrow B(0'5) = (0'5)^2 - 0'5 - 6 = -6'25$$

$$V = (0'5, -6'25)$$

- Con la fórmula del vértice  $V = (x_v, y_v)$

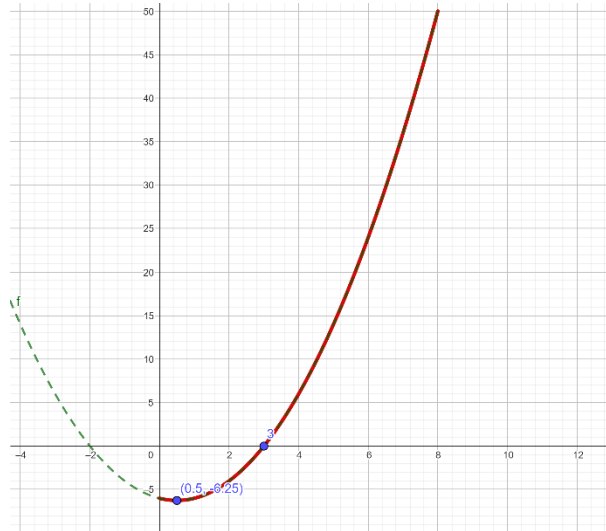
$$x_v = \frac{-1}{2} = \frac{-(-1)}{2(1)} = 0'5 \xrightarrow{\text{sustituyo en } y=x^2-x-6} y_v = (0'5)^2 - 0'5 - 6 = -6'25$$



$$V = (0'5, -6'25)$$

Miles de kilos de aceituna

Beneficio en miles de euros. Como es negativo: Pérdidas



**b) El número de horas que debe permanecer abierta para obtener beneficios.**

A la vista de la gráfica, observando el punto de corte  $(3,0)$ , debe estar abierta al menos 3 horas.

**c) En qué momento se tienen las mayores pérdidas y a cuánto ascienden.**

La respuesta está en el vértice: **las mayores pérdidas, se producen si permanece abierta 0'5 horas y suponen 6.250 euros.**

**d) El tiempo que debe permanecer abierta, a la vista de la gráfica, es 8 horas y dicho beneficio será**

$$B(8) = 8^2 - 8 - 6 = 50 \quad \Rightarrow \quad 50.000 \text{ euros}$$



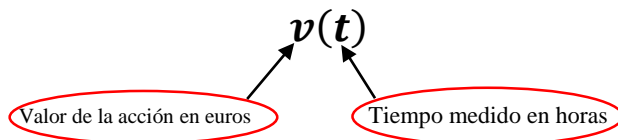
Se desea analizar el valor de las acciones de una empresa en un día. La función  $v(t)$  nos indica el valor, en euros, de cada acción de la empresa en función del tiempo  $t$ , medido en horas, a partir de la hora de apertura del mercado. De la función  $v(t)$  se conoce que su variación instantánea es:

$$v'(t) = t^2 - 5t + 6 \quad t \in [0, 6]$$

- Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función  $v$ .
- Si en el momento de la apertura del mercado se conoce que  $v(0) = 10$ , halle la función  $v$ .
- Si un inversor compró 3000 de estas acciones en el instante  $t = 2$  y posteriormente las vendió en el instante  $t = 4$ , indique a cuánto ascendió la ganancia o la pérdida que obtuvo el inversor con esta gestión.
- ¿En qué momentos debería haber realizado este inversor las gestiones de compra y de venta para que la ganancia hubiese sido máxima?. Justifique la respuesta.

MAT CCSS II 2023-2

### SOLUCIÓN

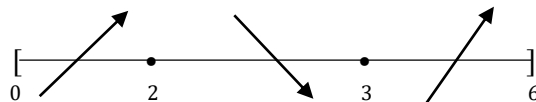


- a) Obtenemos los puntos críticos y estudiamos el signo de la derivada:

En este caso no tenemos que hacer la derivada puesto que nos la dan:  $v'(t) = t^2 - 5t + 6$

$$t^2 - 5t + 6 = 0 \Rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} = \begin{cases} x = \frac{5+1}{2} = 3 \\ x = \frac{5-1}{2} = 2 \end{cases}$$

Los marcamos sobre  $Dom(v(x)) \equiv t \in [0, 6]$



$$\left. \begin{aligned} v'(1) &= (1)^2 - 5(1) + 6 > 0 \Rightarrow v(x) \text{ crece en } (0,2) \\ v'(2,5) &= (2,5)^2 - 5(2,5) + 6 < 0 \Rightarrow v(x) \text{ decrece en } (2,3) \\ v'(4) &= (4)^2 - 5(4) + 6 > 0 \Rightarrow v(x) \text{ crece en } (3,6) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} &\text{máx relativo en } x = 2 \\ &\text{mín relativo en } x = 3 \end{aligned}$$

$$v(x) \text{ crece en } (0,2) \cup (3,6); \quad v(x) \text{ decrece en } (2,3)$$

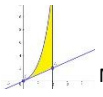
- b)

Para empezar, tenemos que pensar que  $v = \int v'$

$$v = \int v' \Rightarrow v(t) = \int v'(t) dt = \int (t^2 - 5t + 6) dt = \frac{t^3}{3} - 5\frac{t^2}{2} + 6t + C$$

$$v(x) = \frac{t^3}{3} - 5\frac{t^2}{2} + 6t + C$$

Para acabar solo nos falta obtener  $C$ . Nos dicen que  $v(0) = 10$



$$v(0) = 10$$

$$\frac{0^3}{3} - 5 \frac{0^2}{2} + 6 \cdot 0 + C = 10$$

$$C = 10$$

En consecuencia

$$v(x) = \frac{t^3}{3} - 5 \frac{t^2}{2} + 6t + 10$$

En el instante  $t = 2$  el valor de las acciones era

$$v(2) = \frac{2^3}{3} - 5 \frac{2^2}{2} + 6 \cdot 2 + 10 = \frac{44}{3} \text{ €/acción}$$

Como compró 3000 acciones el valor de compra es:

$$\text{Valor de adquisición} = 3000 \cdot \frac{44}{3} = 44000 \text{ €}$$

En el instante  $t = 4$  el valor de las acciones era

$$v(4) = \frac{4^3}{3} - 5 \frac{4^2}{2} + 6 \cdot 4 + 10 = \frac{46}{3} \text{ €/acción}$$

Como compró 3000 acciones el valor de compra es:

$$\text{Valor de venta} = 3000 \cdot \frac{46}{3} = 46000 \text{ €}$$

$$\text{Beneficio} = \text{Valor de venta} - \text{Valor de adquisición} = 46000 - 44000 = 2000 \text{ €}$$

d) Para que la ganancia hubiese sido máxima, las gestiones de compra debería haberlas hecho cuando el valor de las acciones fuera mínimo (mínimo absoluto) y las gestiones de venta debería haberlas hecho cuando el valor de las acciones fuera máximo (máximo absoluto):

Los extremos absolutos se alcanzan, o bien en los extremos del intervalo ( $x = 0$  y  $x = 6$ ), o bien en los puntos que anulan a la derivada, es decir, puntos singulares ( $x = 2$  y  $x = 3$ )

Los voy a sustituir en la función; el mayor valor nos determinará el máximo absoluto y el menor valor nos determinará el mínimo absoluto.

$$v(0) = \frac{0^3}{3} - 5 \frac{0^2}{2} + 6 \cdot 0 + 10 = 10 \text{ €/acción} \quad \text{MENOR DE LOS 4 RESULTADOS}$$

$$v(2) = \frac{2^3}{3} - 5 \frac{2^2}{2} + 6 \cdot 2 + 10 = \frac{44}{3} = 14,6 \text{ €/acción}$$

$$v(3) = \frac{3^3}{3} - 5 \frac{3^2}{2} + 6 \cdot 3 + 10 = \frac{29}{2} = 14,5 \text{ €/acción}$$

$$v(6) = \frac{6^3}{3} - 5 \frac{6^2}{2} + 6 \cdot 6 + 10 = 28 \text{ €/acción} \quad \text{MAYOR DE LOS 4 RESULTADOS}$$

Para que la ganancia hubiese sido máxima, las gestiones de compra debería haberlas hecho en  $t = 0$  (mínimo absoluto) y las gestiones de venta debería haberlas hecho en  $t = 6$  (máximo absoluto) y el

$$\text{Beneficio por acción} = v(6) - v(0) = 28 - 10 = 18 \text{ €/acción}$$

Como eran 3000 acciones el Beneficio total hubiera sido  $3000 \cdot 18 = 54000 \text{ €}$



La temperatura en el interior de un equipo de refrigeración durante un día que sufrió un corte de energía viene dada por la función  $f$  expresada en grados centígrados y el tiempo  $t$  en horas:

$$f(t) = \begin{cases} -9 & \text{si } 0 \leq t \leq 1 \\ -t^2 + 12t - 20 & \text{si } 1 < t < 11 \\ -9 & \text{si } 11 \leq t \leq 24 \end{cases}$$

- Estudie la continuidad de  $f$ .
- Represente gráficamente la función.
- Conteste razonadamente a qué hora se produjo el corte de energía y cuánto duró dicho corte.
- El equipo de refrigeración se utiliza para conservar sueros y vacunas. Los sueros se estropean si se alcanzan temperaturas de  $20^\circ\text{C}$  en algún momento. Las vacunas se estropean si están por encima de  $0^\circ\text{C}$  durante más de seis horas. Razone si alguno de esos productos se estropeó ese día.

MAT CCSS II 2023-6

### SOLUCIÓN

a)  $y = -9$  es continua por ser una función constante, polinómica de grado 0.

$y = -t^2 + 12t - 20$  es continua por ser una función polinómica.

Nos queda estudiar la continuidad en  $x = 1$  y en  $x = 11$

$$f \text{ es continua en } x = 1 \iff \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1)$$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (-9) = -9 \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (-t^2 + 12t - 20) = -9 \\ f(1) = -9 \rightarrow \text{se unen en } (1, -9) \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{f \text{ es cont. en } x = 1}$$

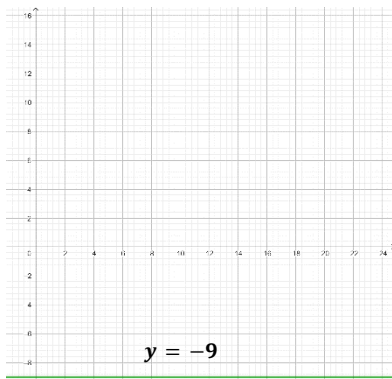
$$f \text{ es continua en } x = 11 \iff \lim_{x \rightarrow 11^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 11^+} f(x) = f(11)$$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 11^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 11^-} (-t^2 + 12t - 20) = -9 \\ \lim_{x \rightarrow 11^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 11^+} (-9) = -9 \\ f(11) = -9 \rightarrow \text{se unen en } (11, -9) \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{f \text{ es cont. en } x = 11}$$

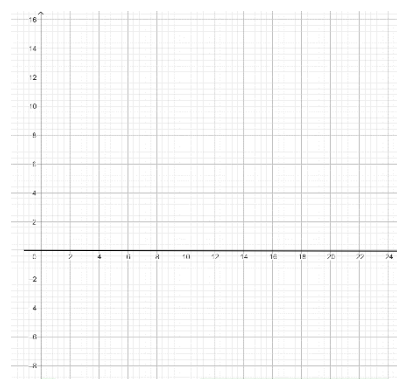
En resumen:

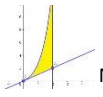
$f(x)$  es continua en  $\mathbb{R}$

b) La gráfica de  $y = -9$ , por ser una función constante es una recta horizontal.



$$\xrightarrow{0 \leq t \leq 1 \text{ y } 11 \leq t \leq 24}$$





Para representar la parábola necesitamos, además, calcular los puntos de corte con el eje OX  $\Rightarrow$  **tengo que resolver el sistema:**

$$\begin{cases} \text{Eje OX} \\ y = -t^2 + 12t - 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ y = -t^2 + 12t - 20 \end{cases} \Rightarrow 0 = -t^2 + 12t - 20 \Rightarrow$$
$$t = \frac{-12 \pm \sqrt{144 - 80}}{-2} = \frac{-12 \pm \sqrt{64}}{-2} = \frac{-12 \pm 8}{-2} \begin{cases} t = 2 \\ t = 10 \end{cases} \Rightarrow \text{Puntos de corte con eje OX } \boxed{\begin{matrix} (2, 0) \\ (10, 0) \end{matrix}}$$

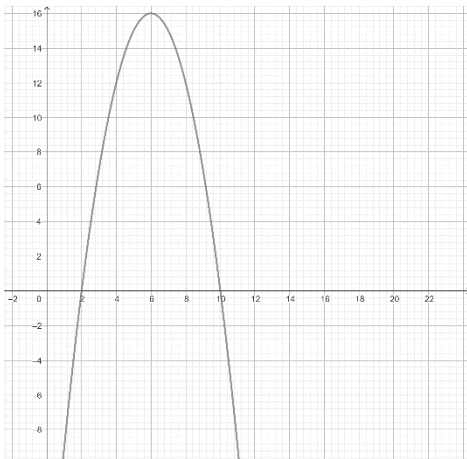
Necesitamos el vértice de la parábola, es decir, el máximo valor que alcanza la temperatura tras la avería.

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-12}{-2} = 6 \quad \Rightarrow \quad t=6 \quad y_v = -(6)^2 + 12 \cdot 6 - 20 = 16 \Rightarrow \text{Vértice} = (6, 16)$$

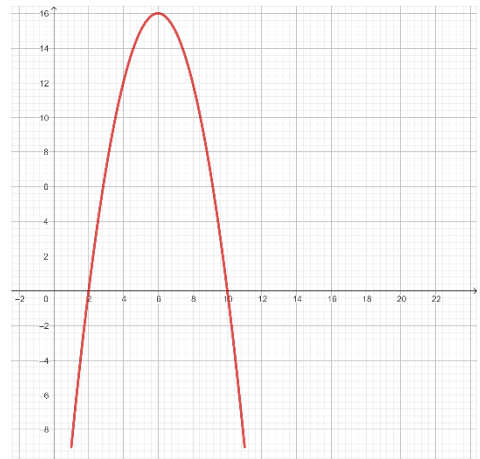
**Esto significa que la máxima temperatura tras la avería, el peor momento, se alcanzó a la 6 horas y fue de 16 grados**

Como  $y = -x^2 + 2x + 3$  es un polinomio de grado 2 con coeficiente de  $x^2$  negativo, se trata de una parábola abierta hacia abajo, cóncava.

Esto, junto con los puntos de corte de la parábola con el eje OX, **(2, 0)** y **(10, 0)**, y el vértice **(6, 16)** me permiten ya, pintar la parábola:

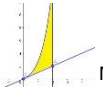


$$\begin{matrix} 0 \leq t \leq 11 \\ \Rightarrow \Rightarrow \end{matrix}$$



**Recapitulando tenemos la gráfica de  $f(t)$ :**





c) El corte de energía conlleva el aumento de temperatura, y según la gráfica esto se produce justo en  $t = 1$ , es decir a las una horas.

Al repararse el corte de energía la máquina empezó a enfriar de nuevo y la temperatura del interior comenzó a bajar. Esto se produjo en  $t = 6$ , es decir, a las 6 horas.

En consecuencia el corte duró desde las 1 horas hasta 6 horas; en **total duró 5 horas**

d) Los sueros no se estropearon ya que, según el vértice, la temperatura máxima fue  $16^{\circ}\text{C}$ . Nunca se alcanzó la temperatura de  $20^{\circ}\text{C}$ .

La temperatura estuvo por encima de  $0^{\circ}\text{C}$ , según se desprende de los puntos de corte con el eje X, desde la hora 2 hasta la hora 10, es decir, 8 horas, por lo tanto, las vacunas si se estropearon.



La función  $B(t) = -t^2 + 21t - 20$  con  $0 \leq t \leq 15$  representa el beneficio, en miles de euros, de una empresa en función de los años,  $t$ .

a) Si la función  $I(t) = -t^2 + 48t$  representa los ingresos de esta empresa, en miles de euros, para el mismo intervalo de tiempo, ¿cuál es la función de gastos de dicha empresa? ¿Cuáles son los gastos iniciales?.

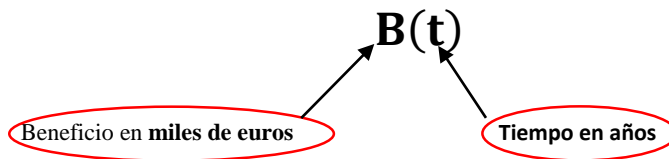
b) Calcule el momento a partir del cual el beneficio fue positivo.

c) Calcule en qué momento el beneficio fue máximo y el valor del mismo.

d) Represente gráficamente la función beneficio.

MAT CCSS II 2023-10

### SOLUCIÓN



a) Sabemos que

$$\text{Beneficio} = \text{Ingresos} - \text{Gastos}$$

$$B(t) = I(t) - G(t) \Rightarrow$$

$$G(t) = I(t) - B(t)$$

$$G(t) = (-t^2 + 48t) - (-t^2 + 21t - 20)$$

$$G(t) = 27t + 20$$

Los gastos iniciales son cuando  $t = 0$

$$G(0) = 27 \cdot 0 + 20 = 20 \text{ miles de euros} = 20\,000 \text{ €}$$

b) La fórmula del beneficio,  $B(t) = -t^2 + 21t - 20$ , es una expresión polinómica de segundo grado.  $\Rightarrow$  Su gráfica es una parábola abierta hacia abajo, ya que el coeficiente de  $t^2$  es negativo.

Antes de contestar a lo que nos piden vamos a representarla: Necesitamos los puntos de corte de la parábola con el Eje X, y las coordenadas del Vértice.

Para obtener los **puntos de corte de la parábola con el Eje X** resolvemos el sistema:

$$\begin{cases} \text{Ec. parábola} \\ \text{Ec. eje X} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -t^2 + 21t - 20 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow 0 = -t^2 + 21t - 20$$

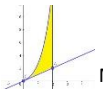
$$t = \frac{-21 \pm \sqrt{441 - 80}}{-2} = \frac{-21 \pm \sqrt{361}}{-2} = \frac{-21 \pm 19}{-2} \Rightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 20 \end{cases} \text{ no válido}$$

Puntos corte con Eje X:  $(1, 0)$  y  $(20, 0)$

Para obtener **el vértice** lo podemos hacer:

- **Obteniendo el máximo de la función con la derivada primera.**

$$B'(x) = -2t + 21 = 0 \Rightarrow t = 10,5 \text{ posible máx o mín}$$



$$B''(t) = -2 \Rightarrow B''(10,5) < 0 \Rightarrow \text{Máx en } t = 10'5 \Rightarrow \text{Máx en } (10'5, B(10'5))$$

$$B(10'5) = -(10,5)^2 + 21 \cdot 10,5 - 20 = 90,25$$

$$V = (10'5, 90'25)$$

- Con la fórmula del vértice  $V = (x_v, y_v)$

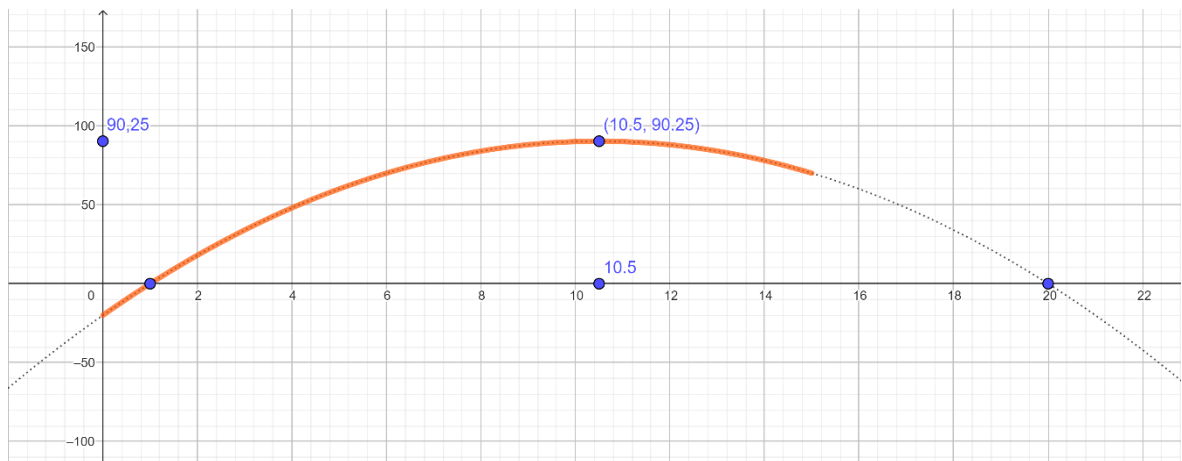
$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-21}{2(-1)} = 10'5 \xrightarrow{\text{sustituyo en } y = -t^2 + 21t - 20} y_v = -(10,5)^2 + 21 \cdot 10,5 - 20 = 90,25 \sim 90\,250\text{€}$$

$$V = (10'5, 90'25)$$

Tiempo en años

Beneficio en miles de euros

d) Represente gráficamente la función beneficio.



b) Calcule el momento a partir del cual el beneficio fue positivo.

No tiene pérdidas cuando el beneficio es mayor o igual a 0, es decir cuando la gráfica está por encima del eje X; a la vista de la gráfica, **a partir del primer año.**

c) Calcule en qué momento el beneficio fue máximo y el valor del mismo.

El máximo beneficio se obtiene en el vértice  $V = (10'5, 90'25)$ , es decir, **el máximo beneficio se consigue a los 10,5 años y dicho beneficio es de 90 250 €**



El área quemada de la región plana de la cubierta de plástico de un invernadero, coincide con el área de la región acotada delimitada por las gráficas de las funciones  $f(x) = (x - 1)^2$  y  $g(x) = 5 - 2x$  donde  $x$  está expresado en metros.

a) Represente gráficamente la zona deteriorada.

b) Para reparar la región quemada, se ha de utilizar plástico cuyo coste es de 15 euros por metro cuadrado. Si en el trabajo de reparación se desperdicia la tercera parte del plástico adquirido, ¿cuánto costará el plástico comprado?.

MAT CCSS II 2023-11

## SOLUCIÓN

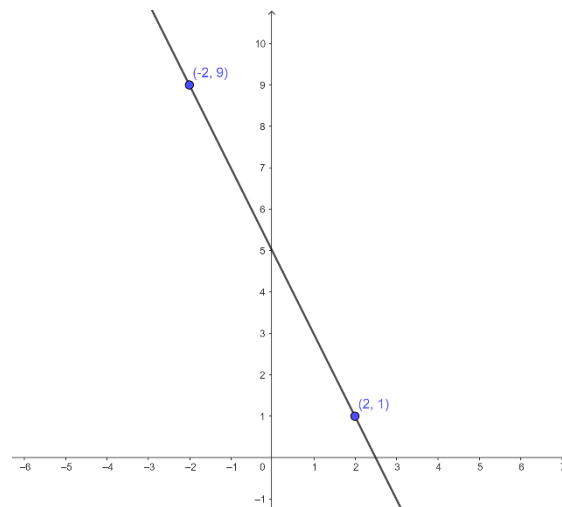
a) Tenemos que representar una recta,  $y = 5 - 2x$  y una parábola,  $y = (x - 1)^2$ . Empiezo calculando los puntos de corte entre ellas, ya que éstos me servirán también para pintar cada una de ellas.

Para calcular los puntos de corte entre ellas resuelvo el sistema:

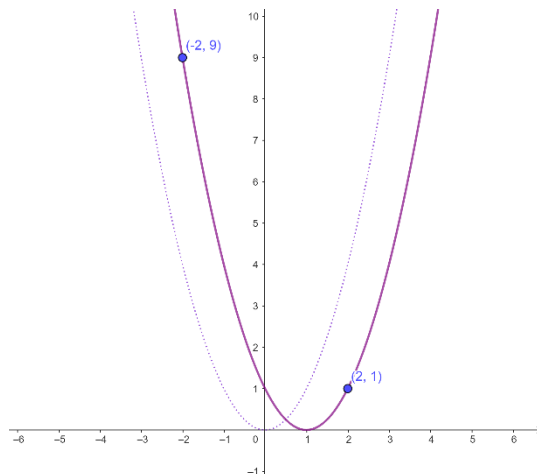
$$\begin{cases} \text{Recta} \\ \text{Parábola} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 5 - 2x \\ y = (x - 1)^2 \end{cases} \Rightarrow 5 - 2x = (x - 1)^2 \Rightarrow 5 - 2x = x^2 - 2x + 1 \Rightarrow x^2 - 4 = 0$$

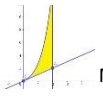
$$x = \pm 2 \begin{cases} \xrightarrow{x=2} \xrightarrow{y=5-2x} y=1 \xrightarrow{\text{punto de corte}} (2, 1) \\ \xrightarrow{x=-2} \xrightarrow{y=5-2x} y=9 \xrightarrow{\text{punto de corte}} (-2, 9) \end{cases}$$

Estos puntos de corte bastarían para representar la recta

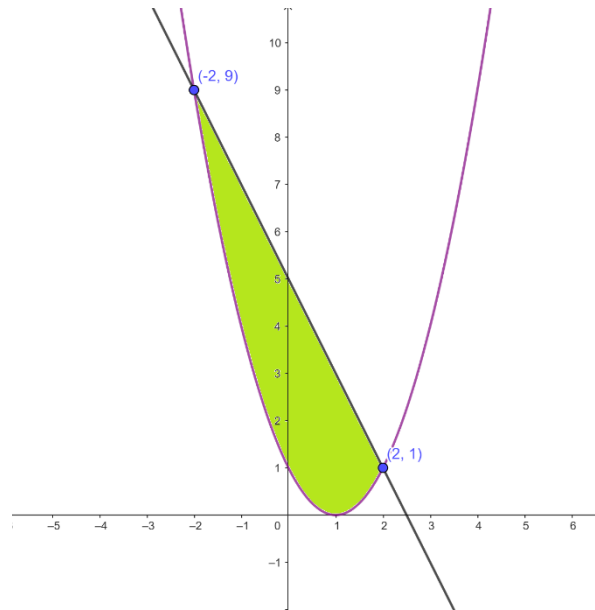


La gráfica de  $y = (x - 1)^2$  es el resultado de trasladar horizontalmente 1 lugar hacia la derecha la parábola  $y = x^2$





La gráfica definitivamente queda así:



Recordamos que el área de un recinto siempre es  $\int (\text{techo} - \text{suelo})$ , entre los puntos de corte, de lo contrario, necesitaremos el valor absoluto.

El “techo” es la recta  $y = 5 - 2x$  y el “suelo” es  $y = (x - 1)^2 = (x^2 - 2x + 1)$  es la recta

$$A = \int_{-2}^2 [(5 - 2x) - (x^2 - 2x + 1)] dx = \int_{-2}^2 (4 - x^2) dx = \left[ 4x - \frac{x^3}{3} \right]_{-2}^2$$

$$A = \left( 8 - \frac{8}{3} \right) - \left( -8 + \frac{8}{3} \right) = \frac{32}{3} \text{ m}^2$$

Nos queda por saber la cantidad  $Q$  que debemos comprar, teniendo en cuenta que se desperdicia  $\frac{1}{3}$  de lo que se compra.

Si se desperdicia  $\frac{1}{3}$  de lo que se compra  $\left(\frac{1}{3}Q\right)$ , nos queda  $\left(\frac{2}{3}Q\right) \Rightarrow$

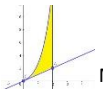
$$\frac{2}{3}Q = \frac{32}{3} \Rightarrow \frac{2Q}{3} = \frac{32}{3} \Rightarrow 2Q = 32 \Rightarrow Q = 16 \text{ m}^2$$

Otra forma de obtenerlo es tener en cuenta que:

Lo que se compra - lo que se desperdicia tiene que ser  $\frac{32}{3}$

$$Q - \frac{1}{3}Q = \frac{32}{3} \Rightarrow Q - \frac{Q}{3} = \frac{32}{3} \Rightarrow 3Q - Q = 32 \Rightarrow 2Q = 32 \Rightarrow Q = 16 \text{ m}^2$$

Como el precio del plástico es  $15 \text{ €/m}^2 \Rightarrow \text{Coste total} = 16 \times 15 = 240 \text{ €}$



La velocidad media del viento en la zona de Sierra Nevada, prevista para cierto día, viene dada por la función  $v(t)$  expresada en km/h, donde  $t$  es el tiempo expresado en horas:

$$v(t) = \begin{cases} t^2 - 8t + 60 & \text{si } 0 \leq t \leq 10 \\ -t^2 + 32t - 140 & \text{si } 10 < t \leq 24 \end{cases}$$

a) Compruebe que la función  $v$  es continua y derivable.

b) Represente gráficamente la función, estudiando previamente la monotonía y calculando los extremos absolutos.

c) La Agencia Estatal de Meteorología emite avisos de alerta por vientos siguiendo el código de colores: naranja para vientos entre 100 y 140 km/h, y rojo para vientos de más de 140 km/h. Según la previsión, indique si se debe emitir alguna alerta naranja en Sierra Nevada ese día y durante qué horas estaría activa. ¿Se emitirá alerta roja?

MAT CCSS II 2024-2

### SOLUCIÓN

a)  $v(t)$  está formada por dos funciones  $y_1 = t^2 - 8t + 60$  e  $y_2 = -t^2 + 32t - 140$

Para  $(0,10)$   $v(t)$  es continua y derivable ya que  $y_1 = t^2 - 8t + 60$ , es polinómica grado 2. Parábola

Para  $(10,24)$   $v(t)$  es continua y derivable ya que  $y_2 = -t^2 + 32t - 140$  es polinómica grado 2. Parábola.

Nos falta estudiar la continuidad y derivabilidad en el punto de ruptura  $t = 10$

$$v \text{ es continua en } t = 10 \Leftrightarrow \lim_{t \rightarrow 10^-} v(t) = \lim_{t \rightarrow 10^+} v(t) = v(10)$$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{t \rightarrow 10^-} v(t) = \lim_{t \rightarrow 10^-} (t^2 - 8t + 60) = 80 \\ \lim_{t \rightarrow 10^+} v(t) = \lim_{t \rightarrow 10^+} (-t^2 + 32t - 140) = 80 \\ v(10) = 80 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} v(t) \text{ es continua en } t = 10 \\ \text{y los trozos se unen en el punto } (10, 80) \end{array}$$

Como  $v(t)$  es cont. en  $t = 10$  entonces  $v(t)$  será derivable en  $t = 10 \Leftrightarrow v'(10^-) = v'(10^+)$

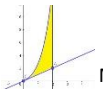
Necesitamos  $v'(x)$ :

$$v'(t) = \begin{cases} 2t - 8 & \text{si } 0 < t < 10 \\ -2t + 32 & \text{si } 10 < t < 24 \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} v'(10^-) = 12 \\ v'(10^+) = 12 \end{array} \right\} \Rightarrow v'(10^-) = v'(10^+) \Rightarrow f \text{ es derivable en } t = 10$$

Conclusión:  $v(t)$  es continua y derivable en su dominio. Es decir, los dos trozos están unidos, y esa unión es "suave" porque no hace pico.

b) Para estudiar el crecimiento y decrecimiento tenemos que obtener antes los puntos críticos, es decir,

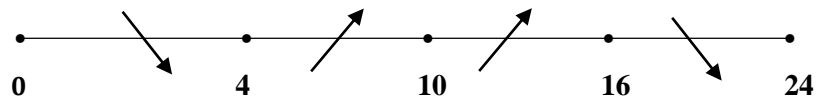


$$v'(t) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2t - 8 = 0 \Rightarrow t = 4 \\ -2t + 32 = 0 \Rightarrow t = 16 \end{cases}$$

Sobre el dominio tenemos que marcar:

**Los puntos críticos**, en nuestro caso  $t = 4$  y  $t = 16$   
**Los puntos de ruptura**, en nuestro caso,  $t = 10$

Ahora estudiamos el signo de la derivada en cada uno de los intervalos:



$$\begin{cases} v'(1) < 0 \rightarrow v(t) \text{ decrece en } (0,4) \\ v'(5) > 0 \rightarrow v(t) \text{ crece en } (4,10) \\ v'(12) > 0 \rightarrow v(t) \text{ crece en } (10,16) \\ v'(20) < 0 \rightarrow v(t) \text{ decrece en } (16,24) \end{cases}$$

La función  $v$  crece en  $(4,10) \cup (10,16)$  y decrece en  $(0,4) \cup (16,24)$

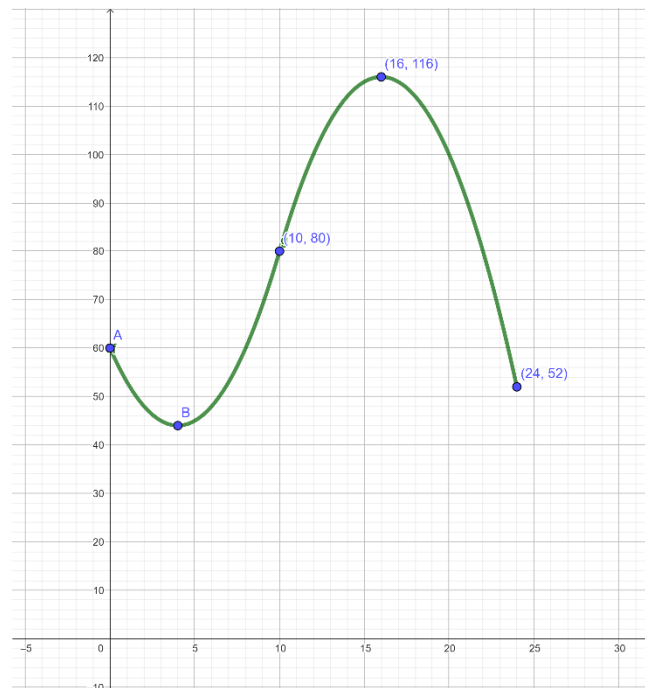
$v$  tiene un máximo relativo en  $(16, v(16)) = (16, 116)$  y mínimo relativo en  $(4, v(4)) = (4, 44)$

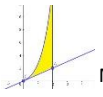
Para obtener los extremos absolutos necesitamos evaluar la función  $v(t)$  en:

- **Extremos del intervalo cerrado:**  $t = 0$  y  $t = 24$
- **Puntos críticos:**  $t = 4$  y  $t = 16$
- **Puntos de ruptura:**  $t = 10$

$$\begin{cases} v(0) = 60 \\ v(4) = 44 \longrightarrow \text{mín absoluto en } (4, 44) \\ v(10) = 80 \\ v(16) = 116 \longrightarrow \text{máx absoluto en } (16, 116) \\ v(24) = 52 \end{cases}$$

Usando los puntos anteriores y la monotonía, la gráfica queda así:





c)

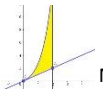
Según las previsiones, el máx absoluto es (16, 116), es decir, la velocidad máxima del viento será **116 km/h** y se producirá a las 16 horas, por tanto en ningún momento alcanzará los **140 km/h**.

**No se emitirá alerta roja.**

Basta mirar la gráfica para deducir que sí habrá vientos por encima de **100 km/h**. Además se observa, claramente, que esto se produce en el segundo trozo de la función:

$$-t^2 + 32t - 140 = 100 \Rightarrow -t^2 + 32t - 240 = 0 \Rightarrow t = \frac{-32 \pm \sqrt{1024 - 960}}{-2} = \frac{-32 \pm 8}{-2} = \begin{cases} t = 12 \\ t = 20 \end{cases}$$

**Debe emitirse alerta naranja entre las 12 horas y las 20 horas**



La superficie de ampliación de un parque de atracciones, en decámetros cuadrados, coincide con el área de la región delimitada por las gráficas de las funciones

$$f(x) = -x^2 + 6x \quad y \quad g(x) = \frac{x^2}{5}$$

a) Represente gráficamente la superficie de ampliación del parque de atracciones.

b) Si el coste para acondicionar el nuevo suelo es de 75 €/m<sup>2</sup>, calcule el área de ampliación del parque y el coste total del acondicionamiento.

MAT CCSS II 2024-3

### SOLUCIÓN

a) Tenemos que representar una parábola,  $y = -x^2 + 6x$  y otra parábola,  $y = \frac{x^2}{5}$

Empiezo calculando los puntos de corte entre ellas, ya que éstos me servirán también para pintar cada una de ellas.

Para calcular los puntos de corte entre ellas resuelvo el sistema:

$$\begin{cases} \text{Parábola 1} \\ \text{Parábola 2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -x^2 + 6x \\ y = \frac{x^2}{5} \end{cases} \xrightarrow{\text{Igualación}} -x^2 + 6x = \frac{x^2}{5} \xrightarrow{\text{mcm}} -5x^2 + 30x = x^2 \Rightarrow$$

$$-6x^2 + 30x = 0 \xrightarrow{\text{F.común}} 6x(-x + 5) = 0 \begin{cases} 6x = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow y = 0 & \text{Pto corte } (0, 0) \\ -x + 5 = 0 \Rightarrow x = 5 \Rightarrow y = 5 & \text{Pto corte } (5, 5) \end{cases}$$

$y = -x^2 + 6x$ , es una expresión polinómica de segundo grado.  $\Rightarrow$  Su gráfica es una parábola abierta hacia abajo, ya que el coeficiente de  $x^2$  es negativo.

Necesitamos los puntos de corte de la parábola con el Eje X, y las coordenadas del Vértice.

Para obtener los **puntos de corte de la parábola con el Eje X** resolvemos el sistema:  $\begin{cases} \text{Ec. parábola} \\ \text{Ec. eje X} \end{cases} \Rightarrow$

$$\begin{cases} y = -x^2 + 6x \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow 0 = -x^2 + 6x \xrightarrow{\text{F.común}} x(-x + 6) = 0 \begin{cases} x = 0 \Rightarrow \text{Pto corte } (0, 0) \\ -x + 6 = 0 \Rightarrow x = 6 & \text{Pto corte } (6, 0) \end{cases}$$

Puntos corte con Eje X:  $(0, 0)$  y  $(6, 0)$

Para obtener **el vértice** lo podemos hacer:

- **Obteniendo el máximo de la función con la derivada primera.**

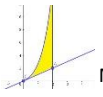
$$f'(x) = -2x + 6 = 0 \Rightarrow x = 3 \quad x = 3 \text{ posible máx o mín}$$

$$f''(x) = -2 < 0 \Rightarrow \text{Máx en } x = 3 \Rightarrow \text{Máx en } (3, f(3))$$

$$f(3) = -(3)^2 + 6 \cdot 3 = 9 \Rightarrow \text{vértice } V = (3, 9)$$

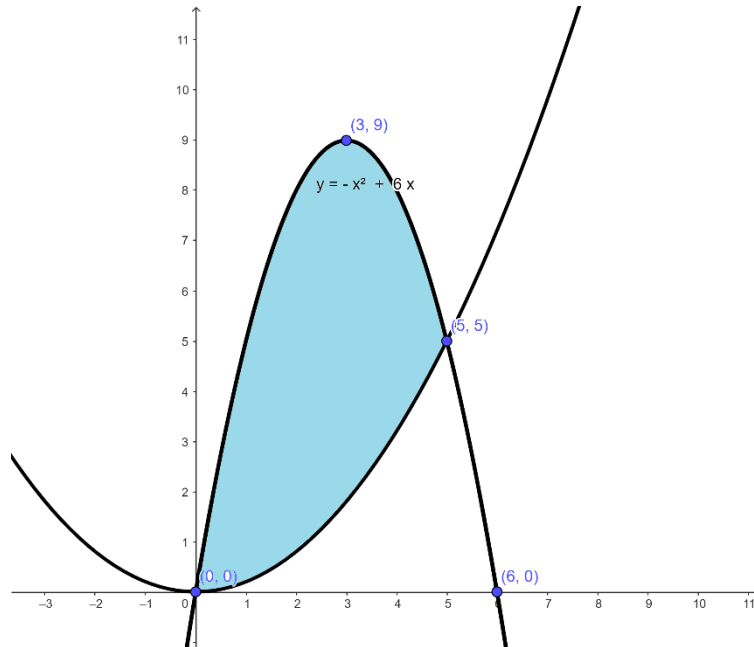
- **Con la fórmula del vértice  $V = (x_v, y_v)$**

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-6}{2(-1)} = 3 \xrightarrow{\text{sustituyo en } y = -x^2 + 6x} y_v = -(3)^2 + 6 \cdot 3 = 9 \Rightarrow \text{vértice } V = (3, 9)$$



$$y = \frac{x^2}{5} = \frac{1}{5}x^2$$

Es una expresión polinómica de segundo grado.  $\Rightarrow$  Su gráfica es una parábola del tipo  $y = ax^2$  abierta hacia arriba ya que el coeficiente de  $x^2$  es positivo y con vértice en  $(0, 0)$ . Es más o menos abierta que  $y = x^2$  dependiendo del valor de  $a$ .

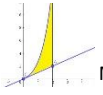


Recordamos que el área de un recinto siempre es  $\int (\text{techo} - \text{suelo})$ , entre los puntos de corte, de lo contrario, necesitaremos el valor absoluto

El “techo” es la función  $y = -x^2 + 6x$  y el “suelo” es la recta  $y = \frac{1}{5}x^2$

$$A = \int_0^5 \left[ (-x^2 + 6x) - \left( \frac{1}{5}x^2 \right) \right] dx = \int_0^5 \left( -\frac{6}{5}x^2 + 6x \right) dx = \left[ -\frac{6x^3}{5 \cdot 3} + 6 \frac{x^2}{2} \right]_0^5$$
$$A = \left( -\frac{6 \cdot 125}{5 \cdot 3} + 6 \frac{25}{2} \right) - \left( -\frac{6 \cdot 0}{5 \cdot 3} + 6 \frac{0}{2} \right) = 25 \text{ Dam}^2 = 2500 \text{ m}^2$$

Como el precio del nuevo suelo es de 75 €/m<sup>2</sup> el coste del acondicionamiento es de  $2500 \cdot 75 = 187.500$  €.



**$\pi$ CASTRO**  
MATEMÁTICAS CC SS II  
SELECTIVIDAD